www.konkur.in

278F

کد کنترل

278

F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ـ سال ۱۴۰۱

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

رشتهٔ فوتونیک
(کد ۲۲۳۹)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شمارهٔ سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ	زمان پاسخ‌گویی
مجموعه دروس تخصصی: ـ فیزیک مدرن ـ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک	۴۵	۱	۴۵	۱۵۰ دقیقه

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می‌شود.

forum.konkur.in

www.konkur.in

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزلهٔ غیبت و حضور نداشتن در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤال‌ها و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- انرژی کل یک پروتون سه برابر انرژی سکون آن، $m_p c^2 = ۹۳۸ MeV$، است. سرعت و تکانه خطی پروتون چقدر است؟

۱) $۲۶۵۳ \frac{MeV}{c}$ و $۲٫۸۳ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$

۲) $۱۳۲۷ \frac{MeV}{c}$ و $۲٫۶۷ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$

۳) $۱۳۲۷ \frac{MeV}{c}$ و $۲٫۸۳ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$

۴) $۲۶۵۳ \frac{MeV}{c}$ و $۲٫۶۷ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$

۲- یک ساعت اتمی در هواپیمایی که با سرعت $۴۰۰ \frac{m}{s}$ پرواز می‌کند نصب شده است. این ساعت یک بازهٔ زمانی را $۳۶۰۰ s$ اندازه می‌گیرد. یک ناظر زمینی یک ساعت مشابه در اختیار دارد. ساعت زمینی همان بازهٔ زمانی را نسبت به ساعت موجود در هواپیما، چگونه اندازه‌گیری می‌کند؟

۱) $۳٫۲ ns$ کمتر

۲) $۳٫۲ ns$ بیشتر

۳) $۰٫۸ ns$ بیشتر

۴) $۰٫۸ ns$ کمتر

۳- دو توپ هر یک به جرم $۵ kg$ هر یک با اندازه سرعت $۴۵۰ \frac{m}{s}$ در دوجهت مخالف به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و به‌صورت رودررو با هم برخورد می‌کنند و به هم می‌چسبند. تغییر جرم مجموعه پس از برخورد چند نانوگرم است؟

۱) ۵٫۵

۲) ۱۱

۳) ۱۶٫۵

۴) ۲۲

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴- ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی q تحت‌تأثیر میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ حرکت می‌کند. اگر حرکت ذره همواره در راستای $\vec{E}$ باشد شتاب ذره برحسب سرعت لحظه‌ای آن، v، کدام است؟

۱) $\frac{dv}{dt}=\frac{qE}{m}\left(۱-\frac{v^۲}{c^۲}\right)^{-\frac{۱}{۲}}$

۲) $\frac{dv}{dt}=\frac{qE}{m}\left(۱-\frac{v^۲}{c^۲}\right)^{-\frac{۳}{۲}}$

۳) $\frac{dv}{dt}=\frac{qE}{m}\left(۱-\frac{v^۲}{c^۲}\right)^{\frac{۱}{۲}}$

۴) $\frac{dv}{dt}=\frac{qE}{m}\left(۱-\frac{v^۲}{c^۲}\right)^{\frac{۳}{۲}}$

۵- در چارچوب مرجع S، حادثه A در مکان $(۵۰m,۰,۰)$ در ساعت $۹:۰۰:۰۰$ اتفاق می‌افتد و حادثه B در مکان $(۱۵۰m,۰,۰)$ در همان لحظه اتفاق می‌افتد. از دید ناظر واقع در چارچوب مرجع S' که با سرعت $\vec{v}=۰/۸c\hat{i}$ نسبت به چارچوب مرجع S در حرکت است اختلاف زمانی بین دو حادثه، $t'_B-t'_A$، چند نانوثانیه است؟

۱) -۴۵۶

۲) -۴۴۴

۳) ۴۴۴

۴) ۴۵۶

۶- فرض کنید نوری با شدت $۱\mu\frac{W}{cm^۲}$ به یک سانتی‌مترمربع از یک نمونه آهن تمیز می‌تابد. این نمونه ۹۶ درصد نور را بازتاب می‌کند و بقیه را جذب می‌کند. اگر سه درصد از نور جذب شده در ناحیه فرابنفش و بالاتر از بسامد آستانه باشد، در هر ثانیه چند الکترون گسیل می‌شود؟ (طول موج مؤثر فوتون‌های ناحیه فرابنفش را $۲۵۰nm$ در نظر بگیرید.)

۱) $۱/۵۱\times۱۰^۹$

۲) $۱/۵۱\times۱۰^{۱۳}$

۳) $۳۷/۸\times۱۰^۹$

۴) $۳۷/۸\times۱۰^{۱۳}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۷- انرژی بستگی داخلی‌ترین الکترون‌ها در مولیبدنیوم (لایه K) در حدود $-۲۰keV$ و انرژی بستگی خارجی‌ترین الکترون‌ها (لایه M) در حدود $-۲۰۰eV$ است. هنگامی‌که یکی از الکترون‌های لایه K بمباران و جای خالی آن توسط الکترون لایه M پر می‌شود پرتو X گسیل می‌شود. اگر از پرتو X تولید شده برای پراکندگی کامپتون توسط گرافیت استفاده شود، طول موج پرتوهای پراکنده شده با زاویه پراکندگی ۹۰° چند آنگستروم است؟ (طول موج کامپتون الکترون $۰/۰۰۲۴۳nm$ است.)

۱) ۰/۶۲

۲) ۶/۲

۳) ۰/۶۵

۴) ۶/۵

۸- انرژی جنبشی یک الکترون نسبیتی حدوداً چقدر باشد تا طول موج دوبروی آن نصف طول موج کامپتون آن شود؟ (m_e جرم سکون الکترون است.)

۱) $۲/۲۴ m_e c^۲$

۲) $۰/۵۵۹ m_e c^۲$

۳) $۰/۱۱۸ m_e c^۲$

۴) $۱/۲۴ m_e c^۲$

۹- در پراکندگی رادرفورد ذرات آلفا با انرژی جنبشی E_k از هسته‌های آلومینیوم ($Z = ۱۳$)، اگر کمترین فاصله ممکن یک ذره آلفا از مرکز هسته $۵fm$ باشد، مقدار E_k برحسب MeV چقدر است؟

۱) ۷/۵

۲) ۵/۶

۳) ۳/۷

۴) ۲/۸

۱۰- الکترونی که ابتدا در حالت $n = ۲$ یک اتم هیدروژن به جرم m قرار دارد، گذاری به حالت پایه $n = ۱$ انجام می‌دهد. سرعت پس‌زنی اتم هیدروژن پس از گسیل فوتون برحسب ثابت ریدبرگ R و ثابت پلانک کدام است؟

۱) $\frac{۳hR}{۲m}$

۲) $\frac{۳hR}{۴m}$

۳) $\sqrt{\frac{۳hcR}{۲m}}$

۴) $\sqrt{\frac{۳hcR}{۴m}}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱- سرعت فاز امواج با طول موج λ در آب‌های عمیق با صرف‌نظر از اثر کشش سطحی، $v_p = \sqrt{g\lambda / 2\pi}$ است. سرعت گروه این امواج کدام است؟ (g ثابت گرانش است.)

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} v_p$

۲) v_p

۳) $\frac{v_p}{2}$

۴) $\sqrt{2} v_p$

۱۲- مسئله کوانتومی حالت مانای یک ذره آزاد در چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی را در نظر بگیرید. فرض کنید یک ذره ماکروسکوپی به جرم $M = 1mg$ بین دو دیواره که به فاصله $L = 1cm$ از یکدیگر واقع‌اند محصور و سرعت آن $v = 1\frac{cm}{s}$ است. اگر E_n ویژه مقدار انرژی متناظر با حالت این ذره باشد، n به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ $\left(h = 6/63 \times 10^{-34} J.s\right)$

۱) ۱

۲) 10^8

۳) 10^{16}

۴) 10^{24}

۱۳- انرژی جنبشی آستانه تولید مزون‌های π در واکنش $p + p \rightarrow p + p + \pi^\circ$ کدام است؟

۱) $m_p c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p}\right)$

۲) $m_\pi c^2 \left(\frac{2m_p + m_\pi}{2m_p}\right)$

۳) $m_\pi c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p}\right)$

۴) $m_p c^2 \left(\frac{2m_p + m_\pi}{2m_p}\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۴- مسافت آزاد میانگین الکترون‌های فلز مس در دمای اتاق برحسب ρ چگالی، M جرم مولی، σ رسانندگی و ε_f انرژی فرمی فلز مس کدام است؟ (m جرم الکترون، e بار الکترون و N_A عدد آووگادرو است.)

۱) $\sqrt{\frac{۲\sigma^۲ m\varepsilon_f}{e^۴}}\frac{M}{\rho N_A}$

۲) $\sqrt{\frac{e^۴}{\sigma^۲ m\varepsilon_f}}\frac{M}{\rho N_A}$

۳) $\sqrt{\frac{c^۴}{۲\sigma^۲ m\varepsilon_f}}\frac{M}{\rho N_A}$

۴) $\sqrt{\frac{\sigma^۲ m\varepsilon_f}{e^۴}}\frac{M}{\rho N_A}$

۱۵- برای یک دیود ایده‌آل در دمای اتاق، T، نسبت جریان مستقیم به جریان معکوس برحسب V ولتاژ اعمالی کدام است؟ (e بار الکترون است.)

۱) $\frac{\exp(eV/kT)-۱}{\exp(-eV/kT)-۱}$

۲) $\frac{\exp(-eV/kT)-۱}{\exp(eV/kT)-۱}$

۳) $\frac{\exp(eV/kT)+۱}{\exp(-eV/kT)+۱}$

۴) $\frac{\exp(-eV/kT)+۱}{\exp(eV/kT)+۱}$

۱۶- مجموعه S متشکل از همه توابع N متغیره $S=\{f: R^N \to C\}$ را در نظر بگیرید که R مجموعه اعداد حقیقی و C مجموعه اعداد مختلط هستند. با استفاده از تعریف متعارف جمع دو تابع و ضرب عدد در تابع، یک فضای برداری یا فضای هیلبرت روی میدان F ساخته می‌شود. کدام عبارت درست است؟

۱) از کل مجموعه S می‌توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد حقیقی $(F=R)$ ساخت که بعد آن متناهی است.

۲) از کل مجموعه S می‌توان یک فضای برداری روی میدان اعداد حقیقی $(F=R)$ ساخت که بعد آن متناهی است.

۳) از کل مجموعه S می‌توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد مختلط $(F=C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

۴) از کل مجموعه S می‌توان یک فضای برداری روی میدان اعداد مختلط $(F=C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۷- هامیلتونی یک ذره اسپین $\frac{۱}{۲}$ در پایه متشکل از ویژه بردارهای متعارف عملگر S_z به شکل $H = a\begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{pmatrix}$ است که a ضریبی حقیقی است. نمایش این هامیلتونی در پایه متشکل از ویژه‌بردارهای S_y یعنی بردارهای $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\begin{pmatrix} ۱ \\ i \end{pmatrix}$ و $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\begin{pmatrix} i \\ ۱ \end{pmatrix}$ کدام است؟

۱) $\frac{a}{۲}\begin{pmatrix} ۳ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{pmatrix}$

۲) $\frac{a}{۲}\begin{pmatrix} ۱ & ۲+i \\ ۲-i & ۱ \end{pmatrix}$

۳) $\frac{a}{۲}\begin{pmatrix} -۲ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{pmatrix}$

۴) $\frac{a}{۲}\begin{pmatrix} ۱ & ۲-i \\ ۲+i & ۱ \end{pmatrix}$

۱۸- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω در نظر بگیرید. اگر $|\beta\rangle$ ویژه بردار بهنجار عملگر پایین‌بر a، $a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$ باشد: عدم‌قطعیت ممنتوم خطی نوسانگر در حالت $|\beta\rangle$ کدام است؟ ($\mathrm{Re}\,\beta$ و $\mathrm{Im}\,\beta$ به‌ترتیب بخش حقیقی و موهومی β هستند، $a = \sqrt{\frac{m\omega}{۲\hbar}}\,(x + i\frac{p}{m\omega})$ و $\Delta A = \sqrt{\langle A^۲\rangle - \langle A\rangle^۲}$.)

۱) $\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{۲}}$

۲) $\sqrt{۲\hbar m\omega}\left(۱+|\beta|^۲\right)^{۱/۲}$

۳) $\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{۲}}\left(۴(\mathrm{Re}\beta)^۲ + ۸(\mathrm{Im}\beta)^۲ - ۱\right)^{۱/۲}$

۴) $\sqrt{۲\hbar m\omega}\left(۶(\mathrm{Re}\beta)^۲ + ۲(\mathrm{Im}\beta)^۲ - ۱\right)^{۱/۲}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۹- ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی q در میدان الکترومغناطیسی با پتانسیل‌های اسکالر $\phi(\vec{x},t)$ و برداری $\vec{A}(\vec{x},t)$ قرار دارد. با تبدیل پیمانه‌ای $\vec{A} \to \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$ و $\phi \to \phi' = \phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ که $\Lambda(\vec{x},t)$ تابع دلخواه مشتق‌پذیری است، عملگر $T(\Lambda)$ که روی فضای هیلبرت ذره اثر می‌کند چنان تعریف می‌شود که مقدار چشم‌داشتی عملگر مکان $\vec{x}$ و عملگر $\vec{\Pi} = \vec{p} - \frac{q}{c}\vec{A}$ ناوردا باشند. در این صورت $T(\Lambda)$ چه شرایطی باید داشته باشد؟

۱) $T^\dagger x_i T = x_i \quad , \quad T^\dagger (p_i - \frac{q}{c}A_i - \frac{q}{c}\nabla_i \Lambda) T = p_i - \frac{q}{c}A_i \quad i = ۱,۲,۳$

۲) $T^\dagger x_i T = x_i \quad , \quad T^\dagger (p_i - \frac{q}{c}A_i) T = p_i - \frac{q}{c}(A_i + \nabla_i \Lambda) \quad i = ۱,۲,۳$

۳) $T^\dagger x_i T = x_i \quad , \quad T^\dagger p_i T = -p_i \quad , \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i = ۱,۲,۳$

۴) $T^\dagger x_i T = -x_i \quad , \quad T^\dagger p_i T = p_i \quad , \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i = ۱,۲,۳$

۲۰- کدام عبارت در مورد نامساوی‌های بِل نادرست است؟

۱) این نامساوی‌ها با نظریه‌های متغیر نهان سازگاری دارند.

۲) نتایج آزمون‌های تجربی مختلف، برخلاف پیش‌بینی این نامساوی‌ها بوده است.

۳) این نامساوی‌ها برای سیستم‌های چند ذره‌ای با حالت درهم تنیده (entangeled) صادق است.

۴) این نامساوی‌ها براساس نظریه مکانیک کوانتومی متعارف (ارتدکس) به دست آمده است.

۲۱- آنسامبلی از سیستم‌هایی که فضای هیلبرت آن‌ها دوبعدی است در نظر بگیرید. کدام ماتریس چگالی معرف یک آنسامبل خالص از این سیستم است؟

۱) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

۲) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

۳) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

۴) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1+i \\ 1-i & 2 \end{pmatrix}$

۲۲- اگر $U_S(t,t_0)$ و $U_I(t,t_0)$ به ترتیب عملگرهای تحول زمانی در تصویر شرودینگر و برهمکنش باشند و هامیلتونی سیستم در تصویر شرودینگر به شکل $H = H_0 + H_1(t)$ باشد. کدام رابطه درست است؟
(H_0 مستقل از زمان است.)

۱) $U_S(t,t_0) = e^{-iH_0 t_0/\hbar} U_I(t,t_0) e^{iH_0 t/\hbar}$

۲) $U_I(t,t_0) = e^{iH_1 t/\hbar} U_S(t,t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar}$

۳) $U_I(t,t_0) = e^{iH_0 t/\hbar} U_S(t,t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar}$

۴) $U_S(t,t_0) = e^{iH_1 t/\hbar} U_I(t,t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۳- اگر $|\ell,m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای L^2 و L_z و $|\hat{n}\rangle$ ویژه بردار مکان و $\hat{n}$ برداری که در مختصات کروی به شکل $\hat{n}=(1,\theta,\varphi)$ داده شده، $\hat{z}$ برداری به طول واحد در امتداد محور z و Π عملگر پاریته باشند، کدام عبارت در همه موارد نمی‌تواند درست باشد؟ ($L_+ = L_x + iL_y$)

۱) $\langle \hat{n}|L_+|\ell,\ell\rangle = 0$

۲) $\langle \ell,m|\hat{z}\rangle = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}$

۳) $\Pi|\ell,m\rangle = (-1)^{\ell}|\ell,m\rangle$

۴) $-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}\langle \hat{n}|\ell,m\rangle = m\langle \hat{n}|\ell,m\rangle$

۲۴- اگر Θ عملگر وارونی زمان، $\vec{S}$ عملگر اسپین، $\vec{L}$ عملگر ممنتوم زاویه‌ای مداری، $|\psi\rangle$ بردار دلخواهی از فضای هیلبرت، $|j,m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای J^2 و J_z و ضریب α عددی حقیقی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

۱) $\langle x'|\Theta|\psi\rangle = \langle x'|\psi\rangle^*$

۲) $\Theta(\vec{S}\cdot\vec{L})\Theta^{-1} = \vec{S}\cdot\vec{L}$

۳) $\Theta|j,m\rangle = i^{2m}|j,-m\rangle$

۴) $\Theta e^{-i\alpha J_y}\Theta^{-1} = e^{i\alpha J_y}$

۲۵- ذره‌ای به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ تحت‌تأثیر پتانسیل یوکاوا $V(r)=\beta\frac{e^{-\mu r}}{r}$ که μ و β ضرایب ثابت مثبتی هستند، پراکنده می‌شود. دامنه پراکندگی $f(\theta)$ در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است.)

۱) $\frac{m\beta}{\hbar^2\left(\mu^2+4k^2\sin^2\theta\right)}$

۲) $-\frac{2m\beta}{\hbar^2\left(\mu^2+4k^2\sin^2\theta\right)}$

۳) $-\frac{2m\beta}{h^2\left(\mu^2+4k^2\sin^2(\theta/2)\right)}$

۴) $\frac{m\beta}{h^2\left(\mu^2-4k^2\sin^2(\theta/2)\right)}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۶- سیستم دو ترازی با هامیلتونی H_0 که ویژه حالت‌های آن ψ_1 و ψ_2 با ویژه مقدارهای E_1 و E_2 هستند را در نظر بگیرید. اگر در زمان $t=-\infty$ سیستم در حالت ψ_1 باشد و در این لحظه تحت تاثیر هامیلتونی اختلالی $H'(t)=\begin{pmatrix} 0 & \alpha e^{-t^2/\tau^2} \\ \alpha e^{-t^2/\tau^2} & 0 \end{pmatrix}$ قرار گیرد که α و τ ثابت‌های مثبتی در آن هستند. در اختلال مرتبه اول، احتمال آن که در لحظه $t=+\infty$ سیستم در حالت ψ_2 یافت شود، کدام است؟ $(\omega_0=(E_2-E_1)/\hbar)$

۱) $\frac{\pi\alpha^2\tau^2}{\hbar^2}$

۲) $\frac{\pi\alpha^2\tau^2}{\hbar^2}e^{-\tau^2\omega_0^2}$

۳) $\frac{\pi\alpha^2\tau^2}{2\hbar^2}e^{-2\tau^2\omega_0^2}$

۴) $\frac{\pi\alpha^2\tau^2}{\hbar^2}e^{-\tau^2\omega_0^2/2}$

۲۷- ذره‌ای به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ از سمت چپ به پتانسیل یک‌بعدی:

$$V(x)=\begin{cases} 0 & x<-a \\ -V_0 & -a\le x\le 0 \\ \infty & x>0 \end{cases}$$

برخورد می‌کند، که V_0 و a مقادیر ثابت مثبتی هستند. اگر موج ورودی Ae^{ikx} باشد، موج بازتابی کدام است؟ $(k'=\sqrt{2m(E+V_0)}/\hbar)$

۱) $Ae^{-2ika}\left[\frac{k+ik'\cot(k'a)}{k-ik'\cot(k'a)}\right]e^{-ikx}$

۲) $Ae^{-2ika}\left[\frac{k-ik'\tan(k'a)}{k+ik'\tan(k'a)}\right]e^{-ikx}$

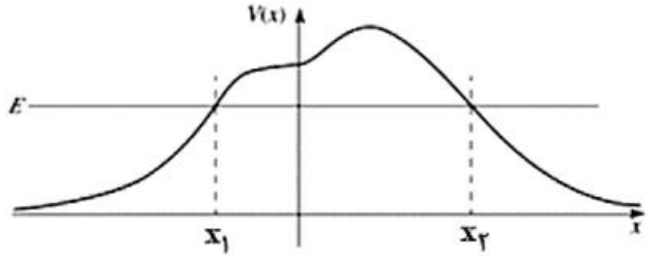
۳) $Ae^{-2ika}\left[\frac{k-ik'\cot(k'a)}{k+ik'\cot(k'a)}\right]e^{-ikx}$

۴) $Ae^{-2ika}\left[\frac{k+ik'\tan(k'a)}{k-ik'\tan(k'a)}\right]e^{-ikx}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۸- ذره‌ای به جرم m و انرژی E از سمت راست به سد پتانسیل $V(x)$ به شکل زیر برخورد می‌کند. در تقریب WKB کدام تابع موج درست است؟ (A و B ضرایبی ثابت، $p = \sqrt{2m(E-V(x))}$ و $q = \sqrt{2m\,V(x)}$ هستند.)



۱) $$\psi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}}\left[A e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{x_2}^{x} p(x')dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar}\int_{x_2}^{x} p(x')dx'} \right] \quad \text{for} \quad x > x_2$$

۲) $$\psi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}}\left[A e^{-\frac{1}{\hbar}\int_{x}^{x_2} p(x')dx'} + B e^{\frac{1}{\hbar}\int_{x}^{x_2} p(x')dx'} \right] \quad \text{for} \quad x > x_2$$

۳) $$\psi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}}\left[A e^{-\frac{1}{\hbar}\int_{x}^{x_1} q(x')dx'} + B e^{\frac{1}{\hbar}\int_{x}^{x_1} q(x')dx'} \right] \quad \text{for} \quad x_1 < x < x_2$$

۴) $$\psi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}}\left[A e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{x_1}^{x} q(x')dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar}\int_{x_1}^{x} q(x')dx'} \right] \quad \text{for} \quad x < x_1$$

۲۹- هامیلتونی H_0 با ویژه مقدارهای E_n^0 و ویژه بردارهای ψ_n^0 داده شده در نظر بگیرید. اگر این هامیلتونی به شکل $H = H_0 + \lambda H'$ مختل شود که $\lambda << 1$ است. مقدار چشم‌داشتی عملگر مشاهده‌پذیر O در ویژه حالت nام هامیلتونی H یعنی $\langle \psi_n | O | \psi_n \rangle$ تا مرتبه اول از λ کدام است؟

۱) $$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \sum_{m \neq n} \frac{\left| \langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \right|^2}{E_n^0 - E_m^0}$$

۲) $$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + 2\lambda\, \mathrm{Re} \sum_{m \neq n} \langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle$$

۳) $$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^0 \rangle$$

۴) $$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + 2\lambda\, \mathrm{Re} \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۰- با استفاده از تابع موج آزمون:

$$\psi(x)=\begin{cases} Ax & 0\le x\le a/2 \\ A(a-x) & a/2\le x\le a \\ 0 & x>a\ ,\ x<0 \end{cases}$$

چه حد بالایی برای انرژی حالت پایه چاه بی‌نهایت یک‌بعدی که دیواره‌های آن در $x=0$ و $x=a$ قرار دارند، به دست می‌آید؟

۱) $\frac{2h^2}{ma^2}$

۲) $\frac{3\hbar^2}{ma^2}$

۳) $\frac{6\hbar^2}{ma^2}$

۴) $\frac{3h^2}{2ma^2}$

۳۱- یک کره رسانا به شعاع R در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}=E_0\hat{k}$ قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در خارج از این رسانا در مختصات کروی به صورت:

$$V(r,\theta)=-E_0\left(r-\frac{R^3}{r^2}\right)\cos\theta+C\left(1-\frac{R}{r}\right)$$

داده می‌شود که در آن C ضریبی ثابت و مبدأ مختصات بر مرکز کره منطبق است. اگر بار کل رسانا برابر Q باشد، ثابت C کدام است؟

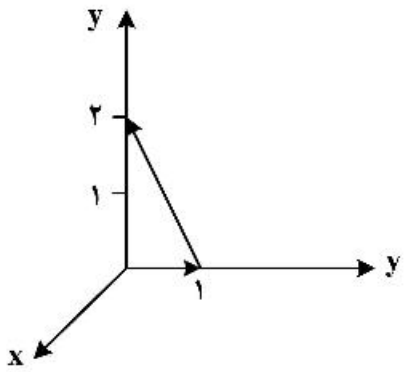
۱) $-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

۲) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

۳) $-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}+\frac{3}{2}E_0R$

۴) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}-\frac{3}{2}E_0R$

۳۲- مقدار انتگرال خطی بردار $\vec{E}=6\hat{i}+yz^2\hat{j}+(3y+z)\hat{k}$ روی مسیر بسته مثلث نشان داده در شکل زیر کدام است؟



۱) $\frac{61}{24}$

۲) $\frac{23}{12}$

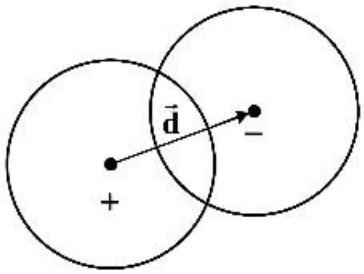
۳) $\frac{17}{3}$

۴) $\frac{8}{3}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۳- دو کره هر یک به شعاع R با چگالی بار حجمی یکنواخت $+\rho_0$ و $-\rho_0$ طوری قرار گرفته‌اند که مطابق شکل زیر با یکدیگر هم‌پوشانی دارند. بردار $\vec{d}$ مرکز این دو کره را به‌هم وصل می‌کند و جهت آن از سمت کره مثبت به کره منفی است. میدان الکتریکی در ناحیه‌ای که دو کره با یکدیگر هم‌پوشانی دارند کدام است؟ ($\vec{r}$ بردار مکان نقطه‌ای داخل ناحیه هم‌پوشانی نسبت به مرکز کره مثبت است.)



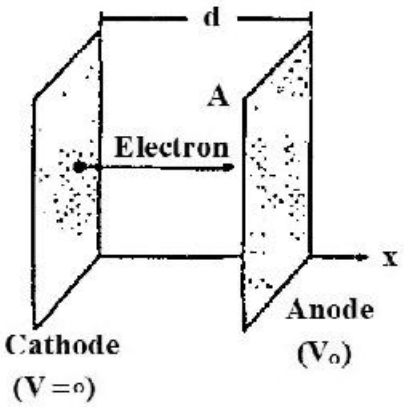
۱) $\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\vec{d}$

۲) $\frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0 d}\vec{d}$

۳) $\frac{\rho_0 d}{3\varepsilon_0 r}\vec{r}$

۴) $\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}(\vec{d}-\vec{r})$

۳۴- در شکل زیر الکترون‌ها از کاتد داغ (در پتانسیل صفر) با تندی صفر جدا شده و به سمت آند (با پتانسیل $+V_0$) حرکت می‌کنند. در شرایطی که میدان الکتریکی روی صفحه کاتد برابر صفر می‌شود و جریان یکنواخت و همگن I در کل فضای میان دو صفحه ایجاد می‌شود، معادله‌ای که $V(x)$ پتانسیل یک نقطه در میان دو صفحه را تعیین می‌کند، کدام است؟ (ابعاد دو صفحه نسبت به فاصله آن دو ازهم بسیار بزرگ‌تر است و مساحت هر یک از دو صفحه A، فاصله دو صفحه از هم d، جرم الکترون m و بار الکترون $-e$ است.)



۱) $\frac{d^2V(x)}{dx^2}=\frac{Id}{\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{m}{e}}\frac{1}{\sqrt[3]{V(x)}}$

۲) $\frac{d^2V(x)}{dx^2}=\frac{I}{2\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{m}{e}}\frac{1}{V(x)}$

۳) $\frac{d^2V(x)}{dx^2}=\frac{I}{\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{m}{2e}}\frac{1}{\sqrt{V(x)}}$

۴) $\frac{dV(x)}{dx}=\frac{Id}{\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{2m}{e}}\frac{1}{\sqrt{V(x)}}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۵- پتانسیل الکتریکی روی سطح کره‌ای به شعاع R توسط رابطه $V=\beta\cos^{۳}\theta$ داده شده است که β ضریبی ثابت است و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز کره، محور z در امتداد یکی از قطرهای کره و θ زاویه با محور z است. پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل کره در مختصات کروی کدام است؟

$$P_{۳}(x)=\frac{۱}{۲}(۵x^{۳}-۳x)$$

۱) $V(r,\theta)=\frac{-۳\beta}{R}r\cos\theta+\frac{۴\beta}{۵R^{۳}}r^{۳}\cos^{۳}\theta$

۲) $V(r,\theta)=\frac{-۳\beta}{R}r\cos\theta+\frac{۴\beta}{R^{۳}}r^{۳}(۵\cos^{۳}\theta-۳\cos\theta)$

۳) $V(r,\theta)=\frac{-۳\beta}{۵R}r\cos\theta+\frac{۴\beta}{R^{۳}}r^{۳}\cos^{۳}\theta$

۴) $V(r,\theta)=\frac{-۳\beta}{۵R}r\cos\theta+\frac{۴\beta}{۵R^{۳}}r^{۳}(۵\cos^{۳}\theta-۳\cos\theta)$

۳۶- در مسئله ۳۵ ممان دوقطبی الکتریکی کره کدام است؟

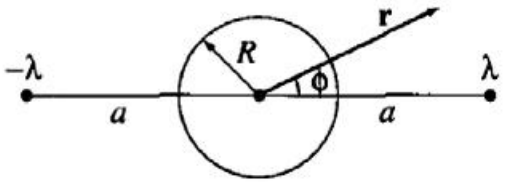
۱) $-\frac{۳}{۵}\beta R^{۲}\hat{z}$

۲) $\frac{۹}{۵}\beta R^{۲}\hat{z}$

۳) $\frac{۳۶\pi\varepsilon_{۰}}{۵}\beta R^{۲}\hat{z}$

۴) $-\frac{۱۲\pi\varepsilon_{۰}}{۵}\beta R^{۲}\hat{z}$

۳۷- دو سیم مستقیم بسیار بلند با چگالی بار طولی λ و $-\lambda$ مطابق شکل زیر دو طرف یک استوانه بسیار بلند رسانای بدون بار الکتریکی و شعاع R قرار گرفته‌اند. فاصلهٔ هر سیم از محور استوانه برابر a است به‌طوری که $a>R$. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای خارج استوانه با مختصات استوانه‌ای (r,φ) کدام است؟



۱) $V(r,\varphi)=\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{۰}}\ln\left(\frac{(a^{۲}+r^{۲}-۲ar\cos\varphi)(R^{۴}+r^{۲}a^{۲}-۲R^{۲}ar\cos\varphi)}{(a^{۲}+r^{۲}+۲ar\cos\varphi)(R^{۴}+r^{۲}a^{۲}+۲R^{۲}ar\cos\varphi)}\right)$

۲) $V(r,\varphi)=\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{۰}}\ln\left(\frac{(a^{۲}+r^{۲}+۲ar\cos\varphi)(R^{۴}+r^{۲}a^{۲}-۲R^{۲}ar\cos\varphi)}{(a^{۲}+r^{۲}-۲ar\cos\varphi)(R^{۴}+r^{۲}a^{۲}+۲R^{۲}ar\cos\varphi)}\right)$

۳) $V(r,\varphi)=\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{۰}}\ln\left(\frac{(a^{۲}+r^{۲}-۲ar\cos\varphi)(R^{۲}+r^{۲}+۲Rr\cos\varphi)}{(a^{۲}+r^{۲}+۲ar\cos\varphi)(R^{۲}+r^{۲}-۲Rr\cos\varphi)}\right)$

۴) $V(r,\varphi)=\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{۰}}\ln\left(\frac{(a^{۲}+r^{۲}+۲ar\cos\varphi)(R^{۲}+r^{۲}+۲Rr\cos\varphi)}{(a^{۲}+r^{۲}-۲ar\cos\varphi)(R^{۲}+r^{۲}-۲Rr\cos\varphi)}\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۸- پتانسیل برداری در داخل و خارج از کره‌ای به شعاع R در مختصات کروی به شکل زیر داده شده است:

$$\vec{A}(\vec{r})=\begin{cases}\alpha R r\sin\theta\,\hat{\varphi} & r\le R\\ \alpha R^{۴}\dfrac{۱}{r^{۲}}\sin\theta\,\hat{\varphi} & r\ge R\end{cases}$$

که α ضریبی ثابت است. اگر $\vec{B}_۱$ میدان مغناطیسی در داخل کره و $\vec{B}_۲$ میدان مغناطیسی در خارج کره باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $\dot{B}_۲\cdot\hat{r}-\dot{B}_۱\cdot\hat{r}=۳\alpha R\sin\theta \quad for \quad r=R$

۲) $\dot{B}_۱\cdot\hat{\theta}=\dot{B}_۲\cdot\hat{\theta}=۲\alpha R\cos\theta \quad for \quad r=R$

۳) $\dot{B}_۲\cdot\hat{\theta}-\dot{B}_۱\cdot\hat{\theta}=\alpha R\sin\theta \quad for \quad r=R$

۴) $\vec{B}_۱\cdot\hat{r}=\vec{B}_۲\cdot\hat{r}=۲\alpha R\cos\theta \quad for \quad r=R$

۳۹- موج الکترومغناطیسی یکنواختی در جهت $z+$ حرکت می‌کند و میدان الکتریکی آن برابر است با:

$$\vec{E}=۱۰\sin(\omega t-\beta z)\,\hat{i}+۲۰\cos(\omega t-\beta z)\,\hat{j}$$

که β و ω ضریب‌هایی ثابت هستند. این موج در مسیر حرکت خود با صفحه رسانای کامل تختی واقع در $z=۰$ برخورد می‌کند. بردار چگالی جریان سطحی روی صفحه رسانای کامل کدام است؟

۱) $\dot{K}=\dfrac{۲۰\beta}{\mu_۰\omega}\left(-\sin\omega t\,\hat{i}-۲\cos\omega t\,\hat{j}\right)$

۲) $\vec{K}=\dfrac{۱۰\beta}{\mu_۰\omega}\left(\sin\omega t\,\hat{i}-۲\cos\omega t\,\hat{j}\right)$

۳) $\vec{K}=\dfrac{۲۰\beta}{\mu_۰\omega}\left(\sin\omega t\,\hat{i}+۲\cos\omega t\,\hat{j}\right)$

۴) $\dot{K}=\dfrac{۱۰\beta}{\mu_۰\omega}\left(-\sin\omega t\,\hat{i}+۲\cos\omega t\,\hat{j}\right)$

۴۰- یک میله استوانه‌ای بلند با سطح مقطع A دارای مغناطش یکنواخت $\vec{M}$ در امتداد محور استوانه است. این میله از یک قاعده در مقابل یک سطح تخت با نفوذپذیری بی‌نهایت ($\mu>>۱$) قرار می‌گیرد. نیرویی که به میله وارد می‌شود از چه نوعی و مقدار تقریبی آن در سیستم گاوسین کدام است؟

۱) دافعه، $۲\pi A M^{۲}$

۲) جاذبه، $۲\pi A M^{۲}$

۳) جاذبه، $۲\pi M^{۲}/A$

۴) دافعه، $۲\pi M^{۲}/A$

۴۱- با فرض آن که بار الکتریکی تحت اثر وارونی مکان (پاریته) و وارونی زمان ناوردا است. کدام عبارت نادرست است؟

۱) بردار جابجایی $\vec{D}$ تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

۲) بردار پوینتینگ $\dot{S}$ تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

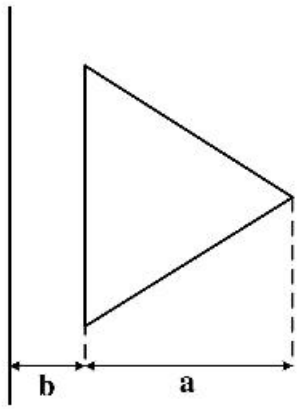
۳) بردار چگالی جریان $\vec{J}$ تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان فرد است.

۴) بردار مغناطش $\dot{M}$ تحت وارونی مکان زوج و تحت وارونی زمان فرد است.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۲- القای متقابل میان یک سیم رسانای مستقیم بسیار بلند و یک حلقه سیم به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع که مطابق شکل زیر در یک صفحه قرار دارند، کدام است؟ (a ارتفاع مثلث و b فاصله ضلع موازی با سیم مستقیم تا آن سیم، است.)



۱) $\frac{\mu_0\sqrt{3}}{\pi}\left((a+b)\ln\frac{a+b}{a}-b\right)$

۲) $\frac{\mu_0\sqrt{3}}{\pi}\left((a+b)\ln\frac{a+b}{b}-a\right)$

۳) $\frac{\mu_0}{\pi\sqrt{3}}\left((a+b)\ln\frac{a+b}{a}-b\right)$

۴) $\frac{\mu_0}{\pi\sqrt{3}}\left((a+b)\ln\frac{a+b}{b}-a\right)$

۴۳- شار چگالی جریان کل $\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)$ از یک سطح بسته S چقدر است؟

۱) همواره برابر صفر است.

۲) همواره برابر غیر صفر است.

۳) همواره با جریان خارج شونده از سطح بسته برابر است.

۴) همواره با جریان خالص خارج شونده از سطح بسته برابر است.

۴۴- در ناحیه‌ای از فضا که خالی از چشمه بار و جریان الکتریکی است، میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{H}(x,y,t)=\sin(\alpha x)\sin(\beta y)\cos(\omega t)\hat{i}$$

که ω، α و β ضریب‌های ثابتی هستند. برای آن که این میدان مغناطیسی در معادله‌های ماکسول صدق کند، چه رابطه‌ای میان این ضریب‌های ثابت باید وجود داشته باشد؟ (ε و μ به‌ترتیب ضریب‌های گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی ثابت در ناحیه مورد نظر هستند.)

۱) $\alpha^2+\beta^2-\varepsilon\mu\omega^2=0$

۲) $\alpha^2+\beta^2+\varepsilon\mu\omega^2=0$

۳) $(\alpha+\beta)^2-\varepsilon\mu\omega^2=0$

۴) $(\alpha+\beta)^2+\varepsilon\mu\omega^2=0$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۵- توان تشعشعی در واحد زاویه فضایی برای ذره‌ای با بار الکتریکی q که روی یک خط مستقیم با سرعت $\vec{v}$ و شتاب $\vec{a}$ در حرکت است توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\frac{dP}{d\Omega}=\frac{q^2c^2}{16\pi^2\varepsilon_0}\frac{|\hat{n}\times(\hat{n}\times\vec{a})|^2}{(c-\hat{n}\cdot\vec{v})^5}$$

توان کل تابشی از این ذره باردار کدام است؟ $\hat{n}$ بردار یکه در امتداد محل مشاهده، c تندی نور در خلا و $\gamma=\left(1-(v/c)^2\right)^{-1/2}$ است.

۱) $P=\frac{\mu_0 q^2a^2\gamma^3}{4\pi c}$

۲) $P=\frac{\mu_0 q^2a^2\gamma^4}{3\pi c}$

۳) $P=\frac{\mu_0 q^2a^2\gamma^6}{6\pi c}$

۴) $P=\frac{\mu_0 q^2a^2\gamma^2}{2\pi c}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

forum.konkur.in

www.konkur.in

forum.konkur.in

www.konkur.in

forum.konkur.in